

MODIFICANDO O MODELO HIDRÁULICO DO EPANET PARA TRANSITÓRIOS LENTOS.

Edevar Luvizotto Junior¹, Luiz Fernando Resende dos Santos Anjo²

RESUMO

O artigo apresenta o início das investigações que objetivam a utilização da estrutura originalmente proposta por Todini e Pilati no chamado método gradiente (MG), utilizado para análise em regime permanente em instalações a condutos forçados, na formulação de um modelo dinâmico inercial rígido (MDIR), que permita a análise de escoamentos transitórios lentos neste tipo de instalação. São apresentadas as bases teóricas para esta nova modelação, justificada através do equacionamento geral do escoamento fluido em condutos forçados. As primeiras avaliações mostraram a possibilidade de utilização conjunta do MG com MDIR, ou de maneira isolada utilizando somente o MDIR para ambos os tipos de escoamento, permanente ou variado.

O exemplo apresentado resume os resultados obtidos, comprovando as possibilidades do método proposto.

ABSTRACT

The paper presents the beginning of the investigations that aim the use of the original structure proposed by Todini and Pilati in the call gradient method (GM), use for analysis in steady state of pipes networks, in the formulation of a inertial rigid dynamic model (IRDM), that allows the analysis of slow transients in this hydraulic installation type. The theoretical bases are presented for this new method, justified through of the general equation of the flow in pipes networks. The first evaluations showed the possibility of united use of GM with IRDM or in an isolated way using only the IRDM for both steady and unsteady flow. The presented sample summarizes the obtained results, proving the possibilities of the proposed method.

PALAVRAS – CHAVE: Método gradiente, transitórios lentos, modelo dinâmico inercial rígido.

Keywords: Gradient method, slow transients, inertial rigid dynamic model.

¹ Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – Pós-Doutorado e professor em Eng. Civil - Av: Albert Einstein, 951, Cidade Universitária “Zeferino Vaz”, C.Postal: 6021, CEP: 13083-970 – Campinas – SP (Brasil) – Tel: 00 55 19 37882354 – E-mail: edevar@fec.unicamp.br

² Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – cursando o doutorado em Eng. Civil - Tel: 00 55 19 32894885 – E-mail: lfr@fec.unicamp.br

INTRODUÇÃO

A análise do escoamento fluido através de um sistema hidráulico a condutos forçados é usualmente feita de forma unidimensional segundo o eixo dos condutos, seguindo diferentes hipóteses simplificadoras, que permitem a concepção de distintos modelos. Estes modelos são classificados, como observa Cabrera, E et al., 1994, em modelos dinâmicos e estáticos, segundo a variação ou não do escoamento no tempo. Os modelos dinâmicos se subdividem em modelos dinâmicos inerciais e não inerciais, caso levem ou não a inércia como elemento na variação temporal. Os modelos dinâmicos inerciais podem por sua vez considerar ou não efeitos de deformação do fluido e do conduto como decorrência, o que leva a sub-classificá-los em elásticos ou não elásticos (rígidos).

Usualmente os modelos dinâmicos inerciais são utilizados na análise de escoamentos variados em que se considere de importância o efeito da inércia do movimento fluido, como o caso do golpe de ariete e os escoamentos oscilatórios.

Nos modelos dinâmicos em que não se consideram os efeitos da inércia do escoamento é admitido que a característica dinâmica é fornecida por alterações temporais das condições de contorno, como por exemplo, variação dos níveis dos reservatórios, variação de demandas etc.. Estes modelos são usualmente empregados nas análises em período extensivo, como uma sucessão de aplicações do modelo estático, após alteração das condições de contorno em cada intervalo sucessivo de análise.

Pela natureza das equações que os governam, os modelos estáticos permitem apenas a análise em regime permanente, onde as grandezas associadas ao escoamento não variam no tempo.

Sob um ponto de vista conceitual, os modelos dinâmicos inerciais elásticos englobam os demais modelos como subcasos decorrentes de simplificações naturais deste caso geral. Koelle, 1989, descreve a possibilidade de um tratamento unificado para o escoamento permanente, transitório e oscilatório com base nesta modelação geral. Luvizotto Jr., 1995 apresenta uma sistematização para a construção de um simulador hidráulico em período extensivo utilizando o modelo dinâmico inercial elástico valendo-se de celeridades e comprimentos fictícios para as tubulações com o objetivo de acelerar a convergência do processo.

Nahavand e Catanzano, 1973 propuseram a utilização de um modelo inercial não elástico para a obtenção do regime permanente (como condição final de convergência) de sistemas hidráulicos a condutos forçados. Diniz, 2004 amplia este método e propõe um modelo híbrido associando-o aos algoritmos genéticos para obtenção de regras operacionais otimizadas para esses sistemas.

O modelo inercial rígido foi empregado por Hollaway, 1995 (apud Chaudhry e Islan, 1995) em uma formulação aplicada a malhas para analisar escoamentos lentamente variados em sistemas de distribuição de água. Chaudhry e Islan, 1995 empregam este modelo hidráulico como base para a elaboração de um modelo para análise de qualidade de água em redes de abastecimento. Os autores enfatizam que variações nas demandas e manobras em equipamentos produzem efeitos inerciais importantes sob o aspecto da qualidade da água.

Shimada, 1990 apresenta um modelo alternativo ao proposto por Holloway para análise de escoamentos lentamente variados formulado com base em matriz de incidência nodal (não sendo necessário a definição de malhas) e na teoria dos grafos. O autor salienta a facilidade de tratamentos de contornos como válvulas.

Iglesias e Jimenez, 2001 fazem uma síntese de aplicações de modelos para a análise de redes de distribuição de água utilizados na atualidade, entre estes modelos são citados; EPANET, KYPipe, H₂O Net, MIKE-NET e SARA. Segundo os autores, dentre estes modelos “o KYPipe é um dos poucos modelos que continua aplicando a teoria linear como alternativa ao método gradiente utilizado pelos demais modelos para a análise estática e dinâmica (em período extensivo, não inercial)”.

Com base nas constatações apresentadas acerca dos modelos para análise de redes a condutos forçados e na observação da origem de todos os equacionamentos com base em uma formulação unificada (modelo dinâmico inercial elástico), este trabalho apresenta uma estruturação do modelo rígido para incorporá-lo a solução apresentada para o método gradiente apresentada na literatura, permitindo aos modelos originariamente estáticos ou dinâmicos não inerciais a análise de transitórios lentos. A formulação proposta pode ser aplicada de forma independente ou híbrida utilizando as bases do método gradiente original.

FUNDAMENTAÇÃO

As equações gerais que governam o escoamento fluido nos condutos de uma instalação hidráulica a pressão, permitem a determinação das variáveis de estado carga e vazão ao longo da tubulação no transcorrer do tempo; $H=H(x,t)$ e $Q=Q(x,t)$, onde x é a distância medida ao longo do eixo da tubulação e t o tempo transcorrido. Sob as hipóteses do modelo dinâmico inercial elástico estas equações podem ser expressas através das equações da continuidade e da quantidade de movimento na forma:

$$\begin{cases} \frac{gA}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 & \text{continuidade} \\ \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + f \frac{Q|Q|}{2gDA^2} = 0 & \text{quantidade de movimento} \end{cases} \quad (1a, b)$$

Sob a hipótese de modelo rígido a celeridade de propagação a torna-se infinita, levando a zero o primeiro termo do lado esquerdo da equação da continuidade, reduzindo esta equação a $\partial Q / \partial x = 0$, de onde conclui-se que a vazão será a mesma em toda a extensão da tubulação para cada instante de tempo t , logo $Q=Q(t)$ e $\partial Q / \partial t = dQ/dt$.

A equação da quantidade de movimento integrada entre as seções extremas da tubulação; (1) seção de montante e (2) seção de jusante, distantes um comprimento L medido ao longo de seu eixo, permite obter:

$$(H_2 - H_1) + f \frac{LQ|Q|}{2gDA^2} = - \frac{L}{gA} \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

resultando na equação que governa o modelo dinâmico inercial rígido.

Se as variações de vazão no tempo deixam de existir; $dQ/dt = 0$, representando a condição de regime permanente, levando a equação do modelo estático:

$$(H_2 - H_1) + f \frac{LQ|Q|}{2gDA^2} = 0 \quad (3)$$

As equações (1), (2) e (3), mostram a hierarquia entre as diversas concepções, resultante das simplificações admitidas durante a elaboração dos modelos. A essência deste trabalho esta em aproveitar a estrutura de uma modelação estática, baseada em (3) para uma modelação dinâmica baseada em (2), permitido simultaneamente análises dinâmicas e estáticas. Esta modelação é feita como se segue.

SOLUÇÃO ORIGINAL – CONVERGÊNCIA NUMÉRICA (MATEMÁTICA)

Dada uma rede hidráulica a condutos forçados, definida por sua topologia, características físicas das tubulações e restrições (tais como consumos nodais, nós com cargas fixas e uma lei de variação de carga para cada tubo (i), expressa por $f(Q(i))$, Todini e Pilati, 1988 apresentam na forma matricial o problema da determinação da vazão pelos tubos e cargas nos nós, assumindo condição de regime permanente como:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{12}\mathbf{H} + \mathbf{f}(\mathbf{Q}) = -\mathbf{A}_{10}\mathbf{H}_0 \\ \mathbf{A}_{21}\mathbf{Q} = \mathbf{q} \end{cases} \quad (4 \text{ a,b})$$

onde:

$\mathbf{A}_{12} = \mathbf{A}_{21}^T$ (np x np) - matriz de incidência de incógnitas cargas nodais.

$\mathbf{A}_{10} = \mathbf{A}_{01}$ (np x no) – matriz de incidência de nós com carga fixa.

$\mathbf{Q}^T = \{Q_1, \dots, Q_p\}$ (1 x np) – vazão incógnita em cada tubo.

$\mathbf{H}^T = \{H_1, \dots, H_p\}$ (1 x no) – cargas nodais incógnitas.

$\mathbf{q}^T = \{q_1, \dots, q_{nn}\}$ (1 x nn) – demandas nodais conhecidas

$\mathbf{H}_0^T = \{H_0^1, \dots, H_0^{no}\}$ (1 x no) – nós com cargas estabelecidas (conhecidas ou fixas)

$\mathbf{f}(\mathbf{Q})^T = \{f(Q_1), \dots, f(Q_{np})\}$ – lei que expressa a variação de carga nos tubos.

sendo:

nn = número de nós com carga incógnita.

no = número de nós com carga fixa.

np = número de tubos com incógnita vazão

com os elementos da matriz $\mathbf{A}_{12}$ escritos na forma:

$$\mathbf{A}_{12}(\mathbf{i}, \mathbf{j}) = \begin{cases} 1 & \text{se a vazão no tubo i chega ao nó j} \\ 0 & \text{se o tubo i e o nó j não estão conectados} \\ -1 & \text{se a vazão no tubo i sai do nó j} \end{cases}$$

e os elementos de $\mathbf{A}_{10}$ definidos de forma similar a $\mathbf{A}_{12}$, mas em relação aos nós com carga fixa.

Segundo Todini e Pilat, o sistema representado por (4) pode ter mais de uma solução dependendo do perfil da função $f(Q_i)$, mas sendo possível provar que, se todas as $f(Q_i)$ são funções monotonicamente incrementais a solução do sistema de equações dado por (4) existe e é única.

Assumindo para cada tubo i, a função $f(Q_i)$ como:

$$f(Q_i) = R_i |Q_i|^{n-1} Q_i \quad (5)$$

se obtém o sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{10}\mathbf{H}_0 \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde:

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} R_1 |Q_1|^{n-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & R_{np} |Q_{np}|^{n-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde o sistema de equações (6) é o mesmo de (1), sendo a solução do sistema de equações não lineares dado por (3) única no espaço de todas as incógnitas cargas e vazão .

Os autores encaminham a solução do sistema de equações (6) através do método de Newton-Raphson. Diferenciando o sistema:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}\mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\mathbf{Q} \\ d\mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\mathbf{E} \\ d\mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} n & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & n \end{bmatrix} \quad (9)$$

sendo:

$$d\mathbf{E} = \mathbf{A}_{11}\mathbf{Q}^K + \mathbf{A}_{12}\mathbf{H}^K + \mathbf{A}_{10}\mathbf{H}_0 \quad (10)$$

$$d\mathbf{q} = \mathbf{A}_{21}\mathbf{Q}^K - \mathbf{q} \quad (11)$$

resíduos a serem minimizado através do processo iterativo (Newton-Raphon), utilizando:

$$d\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^{K+1} - \mathbf{Q}^K \quad (12)$$

$$d\mathbf{H} = \mathbf{H}^{K+1} - \mathbf{H}^K \quad (13)$$

O resíduo para a iteração $(K + 1)$, pode ser avaliado através da aproximação pelo gradiente:

$$E_1^{K+1} = E_1^K + \left(\frac{\partial E_1}{\partial Q} \right)^K dQ + \left(\frac{\partial E_1}{\partial H} \right)^K dH \quad (14)$$

$$q_2^{K+1} = q_2^K + \left(\frac{\partial q_2}{\partial Q} \right)^K dQ + \left(\frac{\partial q_2}{\partial H} \right)^K dH \quad (15)$$

Considerando a fórmula universal de perda de carga pode-se definir:

$$f(Q_i) = R_i |Q_i| Q_i \quad (16)$$

com $R_i = f_i L_i / (2g D_i A_i^2)$ avaliada em cada tubo i

Após operações aritméticas as equações (14) e (15) resultam como:

$$E_1^{K+1} = A_{11}^K Q^K + A_{10} H_0 + G Q^{K+1} - G Q^K + A_{12} H^{K+1} \quad (17)$$

$$q_2^{K+1} = A_{21} Q^{K+1} - q \quad (18)$$

onde G é uma matriz diagonal quadrada de ordem np :

$$G = \begin{bmatrix} 2R_1 |Q_1| & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 2R_{np} |Q_{np}| \end{bmatrix} \quad (19)$$

Admitindo atingido o objetivo ($E_1^{K+1} = 0$ e $q_2^{K+1} = 0$), após alguns malabarismos matemáticos:

$$A_{21} G^{-1} A_{12} H^{K+1} = q_2^K - A_{21} G^{-1} A_{11}^K Q^K - A_{21} G^{-1} A_{10} H_0 \quad (20)$$

chamando o produto de matrizes, que multiplica as cargas incógnitas do primeiro termo de J e o vetor resultante do segundo membro de F :

$$JH^{K+1} = F \quad (21)$$

onde a matriz J se associa à matriz Jacobiana e pode ser escrita como:

$$J_{ij} = \begin{cases} i = j \Rightarrow J_{ij} = \sum_{K \in i} \frac{1}{G_{iK}} \\ i \neq j \Rightarrow J_{ij} = -\frac{1}{G_{ij}} \end{cases} \quad (22)$$

O vetor resultante F pode ser escrito:

$$F_i = \left(\sum_{K \in i} Q_K - D_i \right) + \sum_{K \in i} \frac{1}{G_K} R_K Q_K |Q_K| + \sum_{j \in i} \frac{H_{0j}}{G_K} \text{sgn}(Q_K) \quad (23)$$

Uma vez obtida a solução para o sistema de equação dada por (21), para a determinação do vetor de cargas, pode-se obter as vazões pela equação:

$$Q^{K+1} = Q^K - G^{-1} A_{11}^K Q^K - G^{-1} A_{10} H_0 - G^{-1} A_{12} H^{K+1} \quad (24)$$

A equação anterior pode ser escrita da forma explícita:

$$Q_{ij}^{K+1} = Q_{ij}^K - \left[\frac{1}{G_{ij}} [A_{11}]_{ij} Q_{ij}^K \sin al(Q_{ij}^K) \right] + \frac{1}{G_{ij}} (H_i^{K+1} - H_j^{K+1}) \quad (25)$$

A solução iterativa é feita com base na solução proposta por (21) para o sistema de equações baseado nas cargas nodais, os valores de carga obtidos permitem a determinação através da equação (24), das vazões pelos tubos, num processo iterativo até o estabelecimento da convergência adotada.

No manual do EPANET é apresentado um modelo cujas equações são análogas às anteriores. A seguir é apresentado um resumo deste modelo:

O sistema de equações abaixo é análogo a sistema (21)

$$AH = F \quad (26)$$

onde A é a matriz Jacobiana.

Os elementos da diagonal da matriz Jacobiana são:

$$A_{ii} = \sum_i p_{ij} \quad (27)$$

enquanto que os elementos não nulos fora da diagonal são:

$$A_{ij} = -p_{ij} \quad (28)$$

onde p_{ij} é o inverso da derivada da perda de carga no trecho entre os nós i e j em relação ao caudal.

Para os tubos:

$$p_{ij} = \frac{1}{nr|Q_{ij}|^{n-1} + 2m|Q_{ij}|} \quad (29)$$

onde n é o expoente do caudal, r o termo de perda de carga, m o coeficiente de perda de carga localizada.

Considerando as perdas pela Fórmula Universal ($n = 2$) e desprezando as perdas localizadas:

$$p_{ij} = \frac{1}{2r|Q_{ij}|} \quad (30)$$

Note que esta equação é análoga a $\{G\}^{-1}$.

Cada termo do lado direito da equação (26) é composto por uma parcela respeitante ao balanço de caudal no nó, à qual é adicionado um fator de correção de caudal:

$$F_i = \left(\sum_j Q_{ij} - D_i \right) + \sum_j y_{ij} + \sum_j p_{ij} H_j \text{sgn}(Q_{ij}) \quad (31)$$

onde y_{ij} corresponde a:

$$y_{ij} = p_{ij} (r|Q_{ij}|^n + m|Q_{ij}|^2) \text{sgn}(Q_{ij}) \quad (32)$$

Considerando novamente as perdas pela Fórmula Universal ($n = 2$) e desprezando as perdas localizadas:

$$y_{ij} = \frac{1}{2r|Q_{ij}|} \left(r|Q_{ij}|^2 \right) \text{sgn}(Q_{ij}) \quad (33)$$

A equação (31) resulta em:

$$F_i = \left(\sum_j Q_{ij} - D_i \right) + \sum_j \frac{1}{2r|Q_{ij}|} \left(r|Q_{ij}|^2 \right) \text{sgn}(Q_{ij}) + \sum_j \frac{1}{2r|Q_{ij}|} H_j \text{sgn}(Q_{ij}) \quad (34)$$

Fazendo $G = 2r|Q_{ij}|$ a equação resultante é análoga à equação (23).

Após terem sido calculadas as cargas no sistema (26) os novos caudais podem ser obtidos de acordo com a equação seguinte:

$$Q_{ij} = Q_{ij} - (y_{ij} - p_{ij}(H_i - H_j)) \quad (35)$$

A equação (35) é análoga à equação (25), uma vez substituído os valores de p_{ij} e y_{ij} :

$$Q_{ij} = Q_{ij} - \frac{1}{G_{ij}} [A_{11}] Q_{ij} \text{sgn}(Q_{ij}) + \frac{1}{G_{ij}} (H_i - H_j) \quad (36)$$

UMA SOLUÇÃO CONVERGENTE NO TEMPO (FÍSICA) – BASEADA NO MODELO RÍGIDO

Considerando que estimativas iniciais incorretas de cargas e vazões produzam como resultados resíduos que possam ser interpretados como efeitos de inércia que deverão ser anulados (minimizados) ao longo do tempo, pode-se escrever:

$$\mathbf{A}_{12}\mathbf{H} + \mathbf{A}_{10}\mathbf{H}_0 + \mathbf{f}(\mathbf{Q}) = -\beta \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \quad (37)$$

onde β é uma matriz diagonal quadrada de ordem np, com o elemento (i,i), formado pela relação obtida do tubo i, dada por $\beta_{ii} = L_i/(gA_i)$.

Utilizando uma aproximação simples para dQ/dt , na forma: $(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}_0) / \Delta t$, com que $\mathbf{Q}_0$ avaliada em k relativa ao instante (t) e $\mathbf{Q}$ avaliada em (K+1) no instante (t+Δt).

Considerando que na evolução no tempo o termo de atrito possa ser avaliado em relação ao instante t, pode-se reescrever a equação anterior como:

$$A_{12}H + A_{10}H_0 + GQ + BQ = 0 \quad (38)$$

onde G e B são matrizes diagonais quadradas de ordem np:

$$G = \begin{bmatrix} R_1|Q_{01}| - B_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & R_{np}|Q_{0np}| - B_{np} \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{L_1}{gA_1\Delta t} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{L_{np}}{gA_{np}\Delta t} \end{bmatrix} \quad (40)$$

O sistema de equações a ser resolvido para a solução do problema será:

$$\begin{cases} A_{12}H + BQ = GQ_0 - A_{10}H_0 \\ A_{21}Q = q \end{cases} \quad (41)$$

que resulta no sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} B & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GQ_0 - A_{10}H_0 \\ q \end{bmatrix} \quad (42)$$

que é linear e tendo como uma propriedade importante o fato da matriz dos coeficientes ser constante, ou seja será montada apenas uma vez durante o processo de solução. O vetor de soluções é variável no tempo e dependerá da equação de resistência utilizada. Considerando a Fórmula Universal de perda de carga pode-se escrever:

$$A_{21}B^{-1}GQ_0 - A_{21}B^{-1}A_{12}H - A_{21}B^{-1}A_{10}H_0 = q \quad (43)$$

chamando o produto de matrizes, que multiplica as cargas incógnitas J e o vetor resultante do segundo membro de F :

$$JH = F \quad (44)$$

Tem-se novamente um sistema parecido com o modelo anterior.

$$J_{ij} = \begin{cases} i = j \Rightarrow J_{ij} = \sum_{K \in i} \frac{1}{B_{iK}} \\ i \neq j \Rightarrow J_{ij} = -\frac{1}{B_{ij}} \end{cases} \quad (45)$$

Uma vez obtida a solução para o sistema de equação dada por (44), para a determinação do vetor de cargas, pode-se obter as vazões pela equação:

$$Q = B^{-1}GQ_0 - B^{-1}A_{12}H - B^{-1}A_{10}H_0 \quad (46)$$

que recai em uma estrutura de solução similar a dada por (21) e (24). O processo de solução é análogo, ou seja, resolve-se o sistema de equações para a determinação das cargas equação (21) ou (44), com os valores de carga obtidos determinam-se as vazões nos tubos por operações matriciais simples equação (24) ou (46).

Os contornos para válvulas, bombas, etc., segue o mesmo raciocínio de cálculo apresentado pelo manual do EPANET.

Deve se observar que a matriz inversa que permite a solução do sistema de equações (21) depende de G , que é expresso em termos das vazões nas tubulações, sendo portanto calculada em cada iteração. No caso da equação (44) a matriz inversa se mantém constante durante todo o processo, sendo, portanto necessário calculá-la apenas uma vez, pois B não está expresso em termos das vazões. Os vetores solução apresentam em ambos os casos grau semelhante de complexidade de cálculo. Esta observação pode ser importante na comparação entre os métodos, pois embora a convergência no tempo possa ser mais morosa, o fato de não necessitar o recálculo da matriz inversa, se o sistema for demasiadamente grande pode reduzir significativamente o tempo final de processamento.

EXEMPLO PARA AVALIAÇÃO

A rede da figura 1 em estudo foi proposta por Luvizotto Jr e Anjo, 2004. Ela é composta por 21 tubos (na realidade 20, sendo que o tubo 20 sofre ruptura sendo dividido por um nó em dois trechos 20 e 21) e 14 nós, um de carga fixa (nó 14), um ao qual será associada a ruptura parcial de tubulação (nó 13). Os dados referentes aos nós, às tubulações e ao reservatório (nó de carga fixa) estão apresentados nas tabelas 1, 2 e 3 respectivamente.

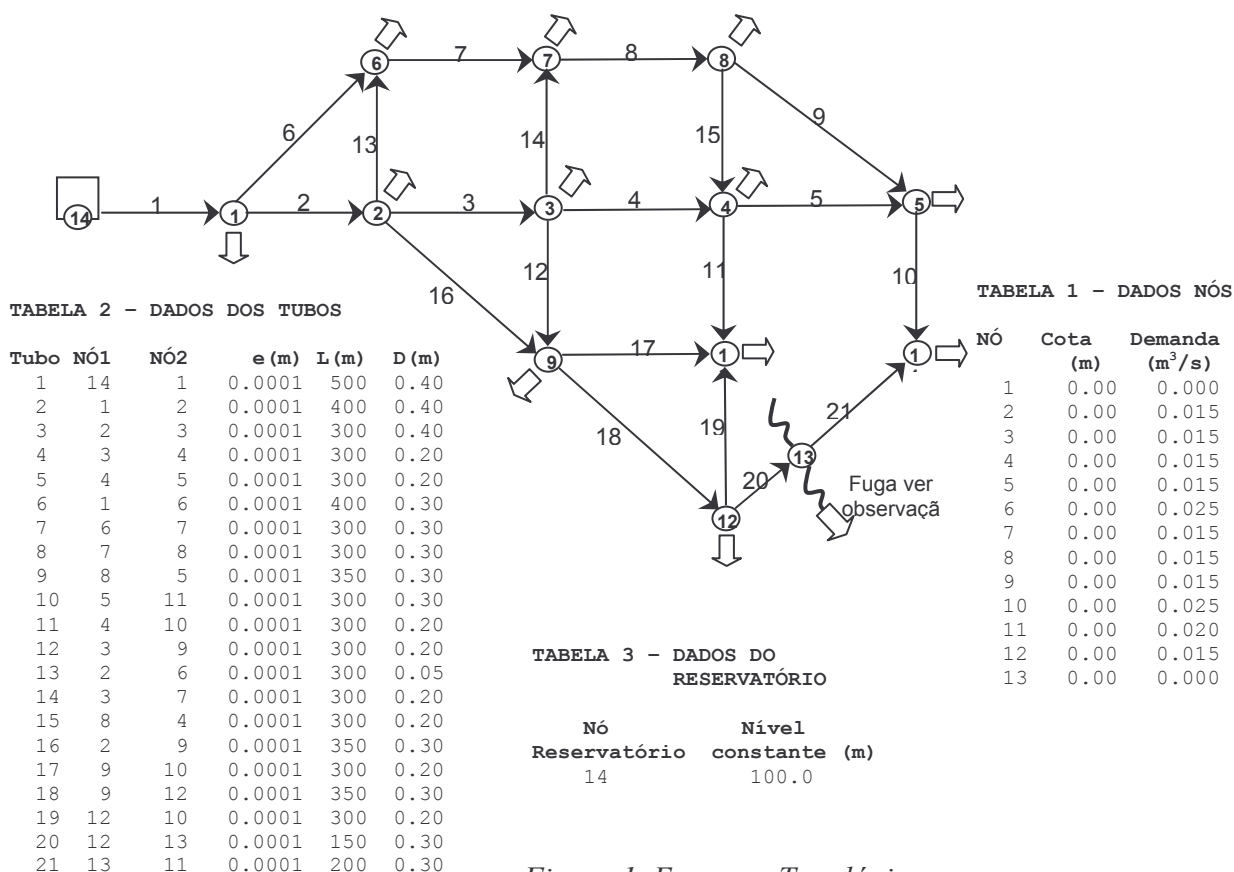


Figura 1. Esquema Topológico.

A primeira avaliação é utilizada para verificar a convergência dos modelos propostos ao regime em comparação ao método gradiente original, para vários passos de tempo; 1s, 5s, 10s, 20s (valores acima de 30s mostraram problemas) e para uma mesma convergência de vazão nos tubos, estabelecida como:

$$\left(\sum_1^{N_{\text{tubos}}} |Q_i^{K+1} - Q_i^K| \right) / \sum_1^{N_{\text{tubos}}} Q_i^{K+1} \leq 0,00001 \quad (47)$$

Os resultados em termos das cargas nos diversos nós e o número de iterações para a convergência ao regime permanente estão apresentados na tabela 4, onde observa-se a igualdade dos resultados, com menor número de iterações do modelo gradiente. Em todos os casos as vazões iniciais foram estimadas com valor igual a velocidade de 0,1 m/s multiplicada pela área do tubo correspondente.

Tabela 4. – Convergência das cargas nodais para o regime permanente nos dois modelos

	Gradiente	Modelo Dinâmico Inercial Rígido			
		dt=1s	dt=5s	dt=10s	dt= 20s
1	97,71	97,71	97,71	97,71	97,71
2	96,88	96,88	96,88	96,88	96,88
3	96,72	96,72	96,72	96,72	96,72
4	96,12	96,12	96,12	96,12	96,12
5	96,09	96,09	96,09	96,09	96,09
6	96,73	96,73	96,73	96,73	96,73
7	96,44	96,44	96,44	96,44	96,44
8	96,17	96,17	96,17	96,17	96,17
9	96,38	96,38	96,38	96,38	96,38
10	96,07	96,07	96,07	96,07	96,07
11	96,08	96,08	96,08	96,08	96,08
12	96,13	96,13	96,13	96,13	96,13
13	96,11	96,11	96,11	96,11	96,11
iterações	6	205	60	34	14

Uma segunda avaliação foi feita para determinar a partir de um dado instante (regime permanente inicial estabelecido) o resultado da incorporação de uma demanda no nó (13) como função da carga neste nó, utilizando a equação: $q = 0.00007H^{1/2}$. Os resultados do método gradiente para este caso estão apresentados na figura 2, carga nos nós e vazões nos tubos.

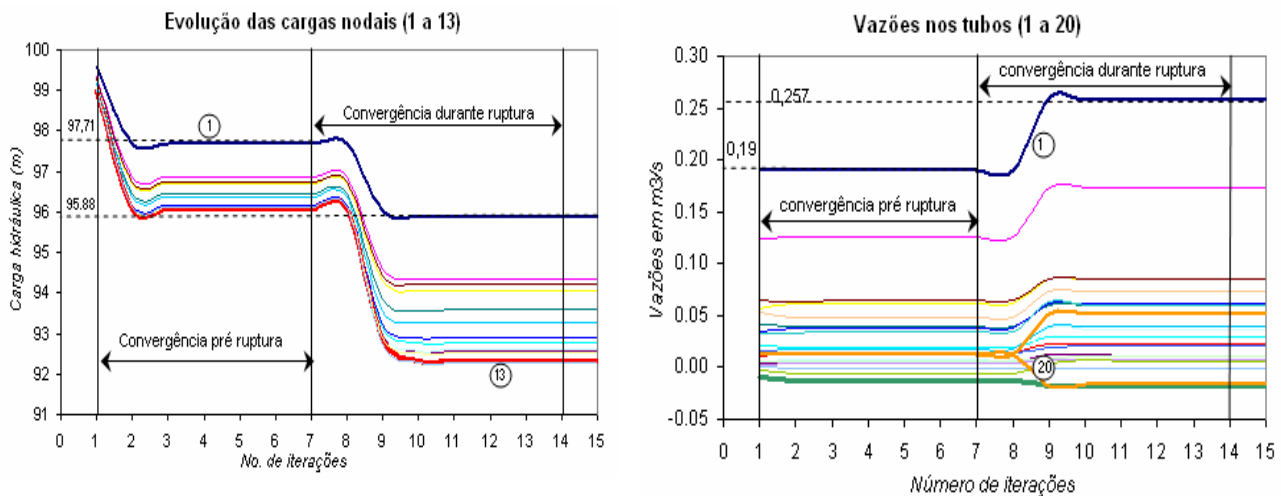


Figura 2. Convergência de cargas e vazões nos NÓS e tubos da rede – Método Gradiente

A figura 3 mostra a evolução da carga no nó 1 (os demais apresentaram comportamento semelhantes), realçando a convergência após a ruptura e a figura 4 a vazão no tubo 20, realçando a convergência para o regime permanente, para o modelo rígido com aproximação de primeira ordem e $\Delta t = 1s$, para a condição permanente e transitória.

As figuras 5 e 6 representam esquemas híbridos com simulação em modelo rígido com Δt 's distintos para convergência ao permanente e análise do transitório e de um modelo híbrido gradiente (para o regime permanente) e rígido para o transitório.

Outra situação avaliada refere-se a um aumento instantâneo de demanda no nó 8 dada a já existência da fuga no tubo 20, porém quando esta já havia atingido o regime permanente. A figura 7 mostra as flutuações de vazão no tubo 20 e de carga no nó 8 e a figura 9 apresenta de forma ampliada a flutuação da carga no nó 8, evidenciando a amplitude da diferença de carga neste nó, em regime permanente e transitório.

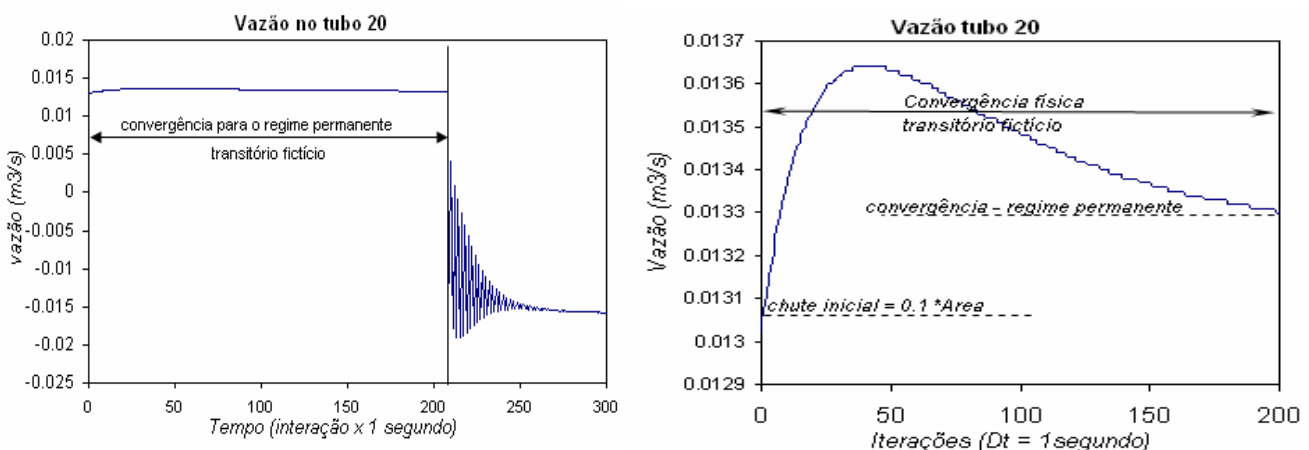


Figura 3. Convergência de carga no NÔ 1 – Modelo Rígido ($Dt = 1s$)

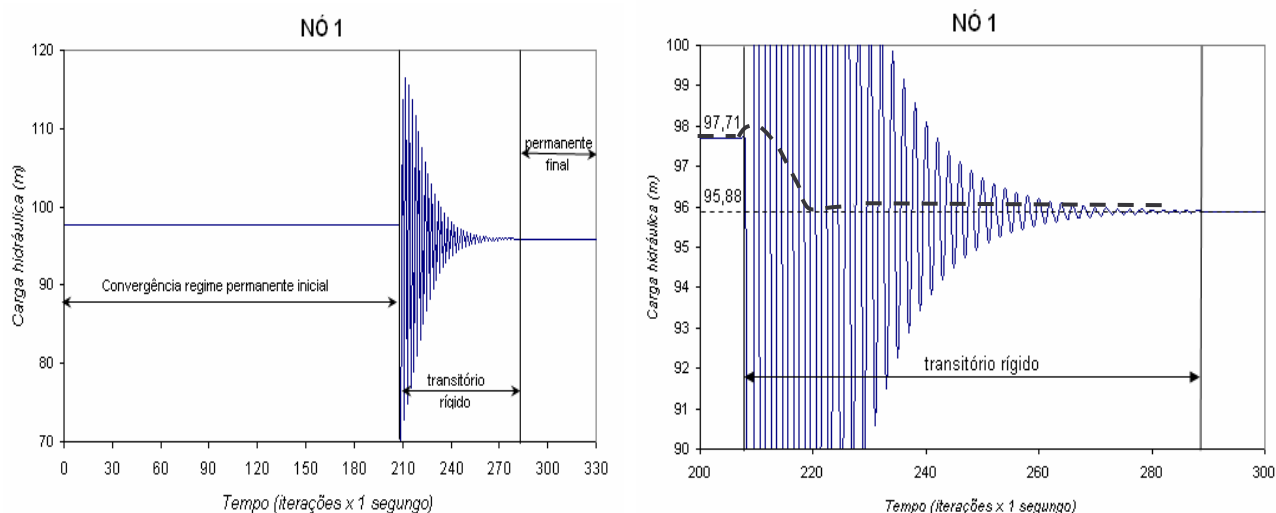


Figura 4. Convergência da vazão no tubo 20 – Modelo rígido ($Dt = 1s$)

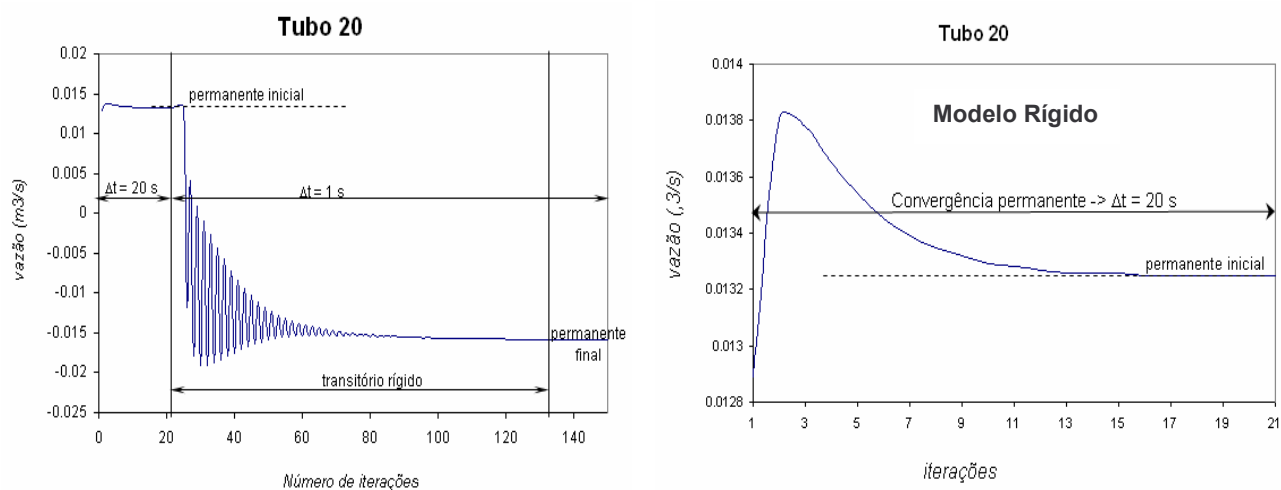


Figura 5. Convergência de vazão no tubo 20 – Modelo Rígido ($Dt = 20s$ (permanente) e $1s$ (transitório))

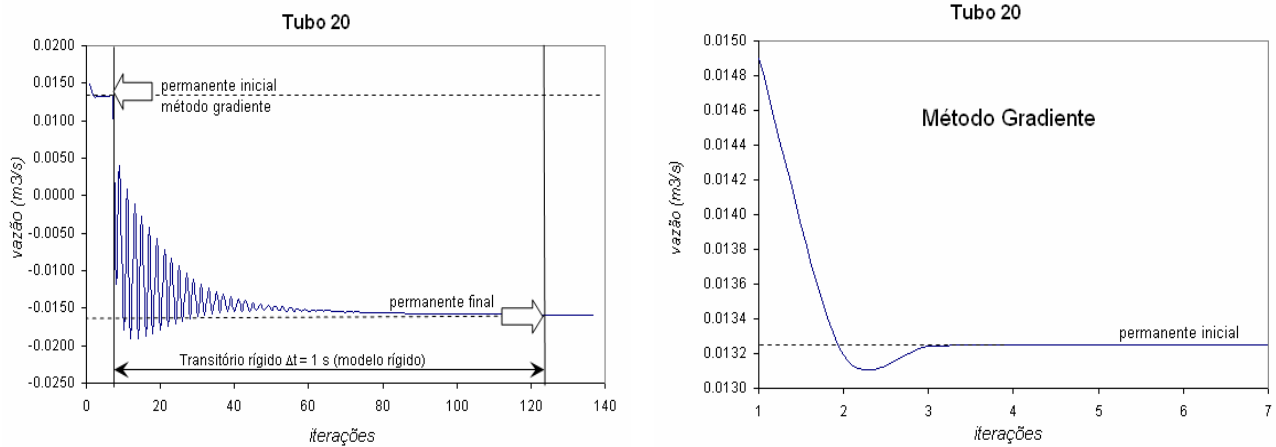


Figura 6. Vazão no tubo 20 – Método Gradiente (permanente)- Modelo Rígido ($Dt = 1$ s transitório)

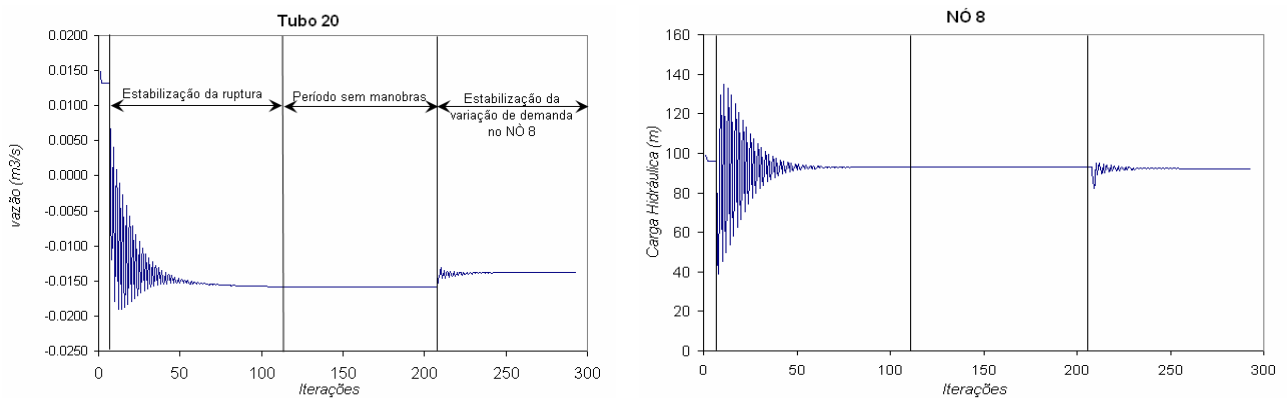


Figura 7. Vazão no tubo 20 e carga no NÓ 8 – Método Gradiente (permanente) Modelo Rígido ($Dt = 1$ s transitório)

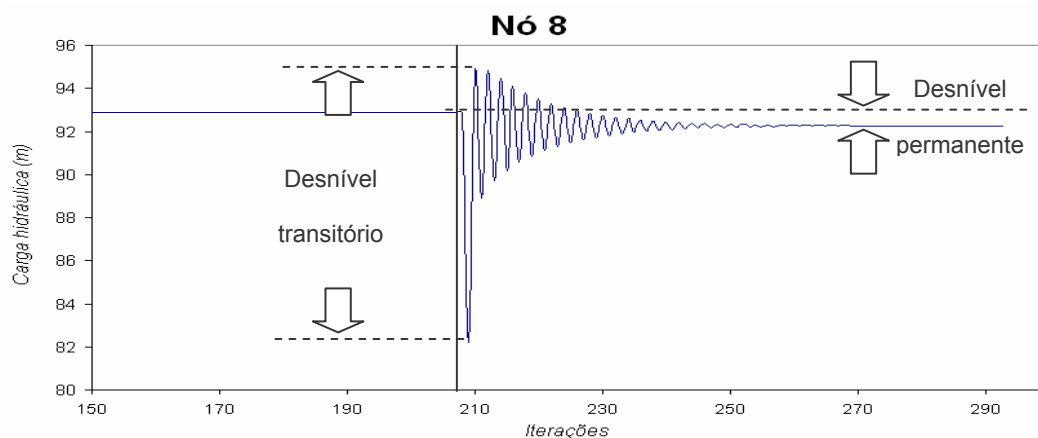


Figura 8. Vazão no NÓ 8 – Método Gradiente (permanente)- Modelo Rígido ($Dt = 1$ s transitório)

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos já permitem concluir sobre a possibilidade de integração de tais modelos, ampliando os atuais horizontes do modelo gradiente. A formulação proposta seguiu a mesma formulação adotada pelo método gradiente, o que produz poucas alterações no algoritmo original para incorporar as vantagens da análise dinâmica.

A vantagem do modelo proposto é a necessidade de calcular a matriz inversa apenas uma vez no cálculo das cargas nodais da equação (44), pois o termo B não está expresso em termos das vazões.

A convergência no tempo do MDIR é mais morosa, porém, o fato de não necessitar o recálculo da matriz inversa, se o sistema for demasiadamente grande pode reduzir significativamente o tempo final de processamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Cabrera, E., Garcia-Serra, J., Iglesias, P. – *Modelización de redes de distribución de agua. Desde el régimen permanente hasta el golpe de ariete*. Publicado em “Mejora del rendimiento y de la fiabilidad em sistemas de distribución de agua” – Editores: Cabrera, E., Vela, A.F., - UPV – Espanha – 1994 – 536 pgs.
- (2) Chaudhry, M.H., Islan, M. R. – *Modelación de calidad de agua en redes de agua*. . Publicado em “Mejora del rendimiento y de la fiabilidad em sistemas de distribución de agua” – Editores: Cabrera, E., Vela, A.F., - UPV – Espanha – 1994 – 536 pgs.
- (3) Diniz, V.E.M.G., - *Otimização de operação de redes por um modelo híbrido (hidrodinâmico-genético)*. Tese de doutorado EPUSP – São Paulo, Brasil, 2004 – 132 pgs.
- (4) Fuentes, V., Garcia-Serra, J., Iglesias, P., Martinez, J, Perez, R. – *Modelación y diseño de redes de abastecimiento de agua*. – GMF – UPV – Valência – Espanha – 2002 – 258 pgs.
- (5) Koelle, E., - *A general treatment for steady, transient and oscillatory analysis and control*. Publicado em “Agua en la comunidad Valenciana” – Editado ‘por Cabrera, E., Sahuquillo, Valência – Espanha, 1989 pp. 345-376.
- (6) Luvizotto Jr., E. – *Controle operacional de redes de abastecimento de água auxiliado por computador* Tese de doutorado– EPUSP – São Paulo, Brasil, 1995 – 143 pgs.
- (7) Nahavand, A. N., Catanzano, G.V., - *Matrix method for analysis of hydraulic networks*. Journal of Hydraulic Division – ASCE – vol. 99 – January, 1973 – pp. 47-63
- (8) Shimada, M. – *Graph theoretical model for slow transient analysis of pipe networks*. – Journal of Hydraulic Engineering. ASCE – vol. 115, no.9 – September, 1989. pp. 1165-1183.
- (9) Todini, E., Pilat, S. – *A gradient algorithm for the analysis of pipe networks*. Publicado em “Computer applications in water supply. – vol. 1 – System analysis and simulation. – Editado por Coubeck, K.B., and Orr, C.H. – John Willey & Sons – 1988 – pp. 1-20.
- (10) Luvizotto Jr & Anjo. – *Utilizando a estrutura do método gradiente na elaboração de um modelo para analisar transitórios lentos*. – XXI Congresso Latinoamericano de Hidráulica, São Pedro, Estado de São Paulo, Brasil, Outubro, 2004.

